

UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA  
FACULTATEA DE FIZICĂ

SILVIU-CONSTANTIN SĂRARU

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT

TEORII TOPOLOGICE DE TIP BF

CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC

Prof. univ. dr. CONSTANTIN BIZDADEA

CRAIOVA  
2006

## Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Interactii consistente in formalismul BRST
  - 2.1 Constructia interactiilor la nivel Lagrangian
    - 2.1.1 Formularea problemei
    - 2.1.2 Abordarea coomologica a problemei constructiei interactiilor consistente
  - 2.2 Constructia interactiilor la nivel Hamiltonian
- 3 Self-interactii in teorii de tip BF
  - 3.1 Simetria BRST a teoriei libere
  - 3.2 Self-interactii care pastreaza invarianta PT
    - 3.2.1 Deformarea sarcinii BRST
    - 3.2.2 Deformarea Hamiltonianului BRST-invariant
    - 3.2.3 Teoria cu interactie care pastreaza invarianta PT
  - 3.3 Self-interactii care nu pastreaza invarianta PT
    - 3.3.1 Deformarea sarcinii BRST
    - 3.3.2 Deformarea Hamiltonianului BRST-invariant
    - 3.3.3 Teoria cu interactie care nu pastreaza invarianta PT
- 4 Cuplajele dintre un model BF si campurile de materie
  - 4.1 Diferentiala BRST pentru teoria libera
  - 4.2 Deformarea de ordinul unu
  - 4.3 Deformari de ordine superioare
  - 4.4 Exemple
    - 4.4.1 Campul scalar complex
    - 4.4.2 Campul Dirac
    - 4.4.3 Campul masiv de spin 3/2
- 5 Interactiile dintre o colectie de modele BF si campurile de materie
  - 5.1 Simetria BRST libera
  - 5.2 Deformarea de ordinul unu
  - 5.3 Deformari de ordine superioare
    - 5.3.1 Solutii de tip I
    - 5.3.2 Solutii de tip II
  - 5.4 Exemple
    - 5.4.1 Cuplaje pentru un set de campuri Dirac
    - 5.4.2 Cuplaje pentru o colectie de campuri scalare reale
  - 5.5 Notatii folosite in subsectiunea 5.3

- 6 Interactiile dintre un sistem de modele BF si o colectie de campuri vectoriale
  - 6.1 Modelul liber. Simetria BRST antiparanteza-anticamp
  - 6.2 Deformarea de ordinul unu
  - 6.3 Deformari de ordine superioare
    - 6.3.1 Deformarea de ordinul doi
    - 6.3.2 Deformari de ordinul trei si superioare
  - 6.4 Identificarea teoriei cu interactie
  - 6.5 Solutii ale ecuatiilor (767)
- 7 Un model de tip BF cu mai multe sorturi de campuri
  - 7.1 Modelul liber. Diferentiala BRST
  - 7.2 Constructia coomologica a interactiilor
    - 7.2.1 Calculul coomologiilor  $H(\gamma)$  si  $H(\delta|d)$
    - 7.2.2 Deformarea de ordinul unu
    - 7.2.3 Deformari de ordine superioare
  - 7.3 Analiza Lagrangiana a modelelor cu interactie
  - 7.4 Solutiile ecuatiei ‘omogene’ (867)
  - 7.5 Notatii utilizate in relatia (868)
- 8 Concluzii

## REZUMAT

Teoriile topologice de camp isi au originea in lucrarile lui Schwarz si Witten. Initial, Schwarz a aratat ca unul dintre invariantii topologici, si anume torsiunea Ray-Singer, poate fi reprezentat ca functie de partitie a unei anumite teorii cuantice de camp. Ulterior, Witten a construit un cadru pentru intelegerea teoriei Morse in termenii mecanicii cuantice supersimetrice. Cele doua constructii reprezinta prototipurile tuturor teoriilor topologice de camp. Modelul utilizat de Witten a fost aplicat la teoremele clasice de index si, mai mult, a sugerat generalizari care au condus la rezultate matematice noi privind inegalitatile Morse olomorfe. Pornindu-se de la aceste rezultate au fost realizate tot mai multe dezvoltari in domeniul teoriilor topologice de camp. Formularea simetriei Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST) a permis definirea notiunii de teorie topologica de camp ca o teorie al carei Hamiltonian BRST-invariant este BRST-exact.

O clasa importanta de teorii topologice de camp de tip Schwarz este clasa modelelor de tip BF. Acest tip de modele descrie gravitatiea cuantica in trei dimensiuni si poate fi util pentru studiul gravitatiei cuantice patru-dimensionale in formularea lui Ashtekar, Rovelli si Smolin. Modelele BF in doua dimensiuni sunt corelate cu modelele sigma de tip Poisson care apar in diverse variante ale gravitatiei bidimensionale. Analiza modelelor sigma de tip Poisson, incluzand relatia acestora cu gravitatiea bidimensionala si studiul solutiilor clasice, a fost realizata in referintele.

In aceasta lucrare vom aborda problema constructiei unor clase de modele de tip BF cu interactie in contextul formalismului BRST. Astfel, vom utiliza metoda deformarii solutiei ecuatiei master sau metoda deformarii sarcinii BRST si a Hamiltonianului BRST-invariant . Ambele metode fac apel la tehnici specifice de coomologie locala. Ipotezele de baza in care construim interactiile mentionate anterior sunt: localitatea spatio-temporala, invarianta Poincare, netezimea deformarii in constanta de cuplaj si conservarea numarului de derivate pentru fiecare camp. Primele doua ipoteze implica faptul ca teoria cu interactie trebuie sa fie locala in spatiu-timp si invarianta Poincare. Netezimea deformarii se refera la faptul ca obiectele deformate prin intermediul carora construim interactiile trebuie sa fie netede in constanta de cuplaj si sa se reduca la obiectele corespunzatoare teoriei libere in limita anularii acesteia. Conservarea numarului de derivate pentru fiecare camp implica doua aspecte care trebuie satisfacute simultan: (i) pentru fiecare camp, ordinul ecuatiilor de miscare deduse din teoria libera trebuie sa fie

acelasi cu ordinul ecuatiilor de miscare deduse din teoria cu interactie; (ii) numarul maxim de derivate care apar in vertexurile de interactie nu poate sa depaseasca numarul maxim de derivate care apar in Lagrangianul teoriei libere.

Rezultatele de baza ale lucrarii constau in:

- determinarea self-interactiilor pentru anumite clase de modele BF;
- generarea cuplajelor dintre unele clase de teorii BF si campurile de materie;
- constructia interactiilor dintre o clasa de modele BF si un sistem de campuri vectoriale nemasive.

Aceste rezultate sunt continute in lucrarile [1]-[8].

Lucrare este structurata in opt capitole.

Primul capitol reprezinta introducerea lucrarii.

In capitolul 2 este prezentata constructia interactiilor consistente in formalismul BRST. Este binecunoscut faptul ca simetria BRST admite atat o varianta Lagrangiana, cat si o versiune Hamiltoniana. In ambele situatii simetria BRST actioneaza ca o diferentia care este generata canonic de catre solutia ecuatiei master la nivel Lagrangian, respectiv de sarcina BRST la nivel Hamiltonian. In acest sens, este evidentiat faptul ca putem reformula problema clasica a constructiei interactiilor ca problema a deformarii solutiei ecuatiei master (la nivel Lagrangian) sau ca problema a deformarii simultane a sarcinii BRST si a Hamiltonianului BRST-invariant (la nivel Hamiltonian). Acest capitol are un caracter monografic introductiv. Urmatoarele capitole expun contributiile originale ale autorului in domeniul tezei.

Capitolul 3 este dedicat obtinerii formularii Hamiltoniene a self-interactiilor dintre un set de modele BF libere pentru care spectrul de campuri este format dintr-un set de campuri scalare, doua colectii de 1-forme si un sistem de 2-forme. Modelul cu interactie dedus poate fi interpretat in termenii unei structuri de tip Poisson. Transformarile gauge ale teoriei cu interactie sunt neabeliene, iar algebra gauge asociata este deschisa. Rezultatele din acest capitol sunt continute in lucrarile [1]-[3].

In continuare sunt studiate cuplajele dintre anumite clase de modele BF si campurile de materie. Astfel, in capitolul 4 este realizata constructia cuplajelor dintre un singur model BF (cu spectrul de campuri constand intr-un camp scalar, doua unu-forme si o doi-forma) si un set de campuri de materie.

Existenta acestor cuplaje necesita ca teoria de materie sa admita o invarianta rigida uniparametrica. In aceste conditii este aratat ca in ordinul unu in constanta de cuplaj termenul de interactie are forma  $U(\varphi) j^\mu A_\mu$ , unde  $j^\mu$  este curentul corespunzator simetriei rigide mentionate anterior, iar  $U(\varphi)$  este pentru moment o functie arbitrara care depinde numai de campul scalar nederivat. Relativ la aparitia termenilor de interactie de ordine superioare in constanta de cuplaj apar doua situatii: (a) in cazul in care curentul  $j^\mu$  este invariant la versiunea gauge a simetriei rigide nu mai avem astfel de termeni, iar functia  $U(\varphi)$  ramane arbitrara; (b) in caz contrar apar cel putin termeni de interactie de ordinul doi, insa functia  $U(\varphi)$  poate fi restrictionata. Procedura generala dezvoltata in acest capitol a fost exemplificata pentru campul scalar complex, campul Dirac si campul masiv de spin  $3/2$ . Rezultatele din acest capitol sunt continute in lucrarile [4]-[5].

Capitolul 5 este dedicat deducerii interactiilor dintre o colectie de modele BF (avand acelasi spectru de campuri ca in capitolul 3) si campurile de materie. In aceasta situatie aparitia cuplajelor dintre sectorul BF si campurile de materie implica faptul ca teoria de materie trebuie sa fie invariata la anumite simetrii rigide care conduc la aparitia unor curenti conservativi  $j_a^\mu$ , in numar egal cu numarul campurilor BF din colectie. Existenta termenilor de ordine superioare in constanta de cuplaj cere in prima instanta ca generatorii simetriilor rigide ale campurilor de materie sa fie comutativi sau sa genereze o algebra Lie  $L(\mathcal{G})$ . Corespunzator celor doua cazuri mentionate anterior, apar urmatoarele situatii: (i) atunci cand curentii de materie sunt invarianti (pentru generatori comutativi) sau se transforma dupa reprezentarea adjuncta a lui  $L(\mathcal{G})$  (pentru generatori de tip Lie) la versiunea gauge a simetriilor rigide, toate deformatiile de ordine superioare lui unu se anuleaza; (ii) in caz contrar, cel putin deformatia de ordinul doi este nenula, in principiu fiind posibil sa apara si alte deformati netriviale. Procedura generala dezvoltata in acest capitol a fost exemplificata pentru o colectie de campuri scalare reale, respectiv pentru un set de campuri Dirac. Rezultatele din acest capitol sunt continute in lucrarea [6].

In continuare, capitolul 6 abordeaza problema interactiilor dintre un sistem de modele BF (avand acelasi spectru de campuri ca in capitolul 3) si o colectie de campuri vectoriale nemasive  $V_\mu^A$ . Aici apar termeni de interactie atat in ordinul unu cat si in ordinul doi in constanta de cuplaj. Cuplajele obtinute includ vertexurile generalizate de tip Yang-Mills (de ordinele trei si patru) pentru campurile vectoriale  $V_\mu^A$ . Transformarile gauge ale teoriei cu interactie sunt deformatate fata de cele initiale, in timp ce algebra trans-

formarilor gauge deformate este deschisa. Rezultatele din acest capitol sunt continute in lucrarea [7].

In capitolul 7 este analizata problema constructiei self-interactiilor core-spunzatoare unui model BF liber al carui spectru de campuri este mai extins, continand un camp scalar, doua tipuri de 1-forme, doua sorturi de 2-forme si o trei forma. Si in acest caz a fost obtinuta forma generala a Lagrangianului de interactie, precum si a transformarilor gauge, care sunt neabeliene. Algebra gauge asociata este deschisa. Rezultatele din acest capitol sunt continute in lucrarea [8].

Ultimul capitol prezinta concluziile de baza ale lucrarii.

### **Bibliografie selectiva**

- [1] C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, JHEP 0301 (2003) 049
- [2] E. M. Cioroianu, S. C. Sararu, Int. J. Mod. Phys. A21 (2006) 2573
- [3] C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, Rom. J. Phys. 50 (2005) 241
- [4] C. Bizdadea, C. C. Ciobirca, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, Annalen Phys. 12 (2003) 543
- [5] E. M. Cioroianu, S. C. Sararu, Rom. Rept. Phys. 57 (2005) 189
- [6] C. Bizdadea, E. M. Cioroianu, S. O. Saliu, S. C. Sararu, Eur. Phys. J. C41 (2005) 401
- [7] E. M. Cioroianu, S. C. Sararu, Int. J. Mod. Phys. A19 (2004) 4101
- [8] E. M. Cioroianu, S. C. Sararu, JHEP 0507 (2005) 056